

Christian Wittmann, Erich
**Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der
Mathematikdidaktik**

Beiträge zur Lehrerbildung 16 (1998) 3, S. 329-342



Quellenangabe/ Reference:

Christian Wittmann, Erich: Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik - In: Beiträge zur Lehrerbildung 16 (1998) 3, S. 329-342 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-133852 - DOI: 10.25656/01:13385

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-133852>

<https://doi.org/10.25656/01:13385>

in Kooperation mit / in cooperation with:

Zeitschrift zu Theorie und Praxis der Aus- und
Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern

**BEITRÄGE ZUR LEHRERINNE-
UND LEHRERBILDUNG**

Organ der Schweizerischen Gesellschaft für
Lehrerinnen- und Lehrerbildung (SGL)

ISSN 2296-8632

<http://www.bzl-online.ch>

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Digitalisiert

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik¹

Erich Christian Wittmann

Wie jede andere Fachdidaktik kann auch die Mathematikdidaktik nur in interdisziplinärer Grenzüberschreitung betrieben werden, indem sie auf die Ergebnisse und Methoden der Mathematik, der Allgemeinen Didaktik, der Pädagogik und Psychologie zurückgreift. Dabei besteht die Gefahr, dass sie Standards, Methoden und Forschungskontexte dieser etablierten Disziplinen übernimmt und den angewandten Charakter der Mathematikdidaktik untergräbt. Im Hinblick auf den spezifischen Status und die relative Autonomie der Mathematikdidaktik schlägt der Autor vor, diese als "design science" zu konzipieren, die unter Berücksichtigung verschiedener Aspekte ein integratives Bild des Mathematikunterrichts formt und konstruktiv in die Praxis umsetzt. Kernaufgabe der Mathematikdidaktik ist demnach die Konstruktion und Erforschung von geeigneten Lernumgebungen für das Lernen der Mathematik im Unterricht.

Bei der 22. Jahrestagung für Didaktik der Mathematik in Würzburg 1988, hat Heinrich Bauersfeld Thesen zu den Zukunftsperspektiven der Mathematikdidaktik und der Fachdidaktik ganz allgemein vorgetragen, um die kritische Selbstbesinnung der Angehörigen der community anzuregen und Wege für deren weiteres gemeinsames Wirken aufzuzeigen (Bauersfeld, 1988). Damit hat er die grundlegende Frage nach dem Selbstverständnis der Mathematikdidaktik neu aufgeworfen, die seit der programmatischen Diskussion in den siebziger Jahren (vgl. die Beiträge von Bigalke, Griesel, Wittmann, Freudenthal, Otte, Dress und Tietz im Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 74/3 und Krygowska (1972)) trotz der Anstöße durch Burscheid (1983), Bigalke (1985) und Winter (1986) nicht mehr in der erforderlichen Breite behandelt worden ist. Die Zeit ist m. E. überreif für eine intensive Wiederaufnahme dieser Diskussion, wobei es nicht nur darum geht, auf den Druck aus dem politischen Raum zu reagieren, sondern vielmehr noch darum, intern Klarheit über die Aufgabenstellung der Mathematikdidaktik zu gewinnen.

Die folgenden Überlegungen stellen einen Beitrag dar für eine Neubestimmung des wissenschaftlichen Status der Fachdidaktik im allgemeinen und der Mathematikdidaktik im besonderen. Ich gehe dabei von den Erfahrungen in der Lehrerbildung, der Entwicklungsforschung und der interdisziplinären Kooperation aus, die ich in drei Jahrzehnten sammeln konnte.

¹ Der vorliegende Beitrag ist im wesentlichen speziell auf die Mathematikdidaktik zugeschnitten, obwohl sich die Überlegungen mutatis mutandis auf die Fachdidaktiken im allgemeinen und auch auf die erziehungswissenschaftliche Unterrichtsforschung übertragen lassen. Vgl. hierzu Clifford & Guthrie (1988), eine detaillierte Studie über die Identitätskrise der Schools of Education an den großen amerikanischen Universitäten. Mit den Einschätzungen und Schlußfolgerungen dieser Studie stimmt der vorliegende Beitrag, der eine verkürzte und teilweise veränderte deutsche Fassung von Wittmann (1998) ist, in der Grundtendenz überein.

1. Der Kern und die Bezugsbereiche der Mathematikdidaktik

"Nur durch eine erhöhte Praxis sollten die Wissenschaften auf die äußere Welt wirken; denn eigentlich sind sie alle esoterisch und können nur durch Verbessern irgendeines Tuns exoterisch werden. Alle übrige Teilnahme führt zu nichts"

(J. W. v. Goethe, Maximen und Reflexionen).

Das Aufgabenfeld der Mathematikdidaktik ist die Erforschung und Entwicklung des Lernens und Lehrens von Mathematik in allen Altersstufen einschließlich seiner Voraussetzungen, Zielsetzungen und Rahmenbedingungen. Wie jede andere Fachdidaktik kann auch die Mathematikdidaktik auf Methoden der Mathematik, der Allgemeinen Didaktik, der Pädagogik, der Soziologie, der Psychologie, der Wissenschaftsgeschichte etc. zurückgreifen. Wissenschaftliche Erkenntnisse über das Lernen und Lehren von Mathematik sind jedoch nicht als *mixtum compositum* dieser Wissenschaften zu gewinnen. Es bedarf vielmehr einer spezifisch mathematikdidaktischen Forschung, die aus diesen verschiedenen Aspekten ein integratives Bild des Mathematikunterrichts formt und es konstruktiv in die Praxis umsetzt.

Die Besonderheit der Aufgabenstellung verlangt, daß die Mathematikdidaktik einerseits stabile Beziehungen zu den Bezugsdisziplinen aufbaut und andererseits im Verhältnis zur Schule einen guten Ausgleich zwischen Praxisnähe und theoretischer Distanz herstellt. Bauersfeld (1988) spricht hier von den zwei Kulturen der Fachdidaktik. Wie die Vielfalt der Aspekte der Bezugsdisziplinen integriert werden kann, wie die Gewichte zu setzen sind und wie der beste Ausgleich im Spannungsfeld Theorie-Praxis herzustellen ist, steht aber a priori keineswegs fest, und dies ist der Punkt, an dem unterschiedliche Auffassungen über die Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin entstehen.

Aus meiner Sicht kann die spezifische Aufgabe der Mathematikdidaktik nur wahrgenommen werden, wenn die Entwicklung und Erforschung inhaltsbezogener theoretischer Konzepte und praktischer Unterrichtsentwürfe mit dem Ziel einer Verbesserung des realen Unterrichts als Kernbereich in den Mittelpunkt der wissenschaftlichen Arbeit gerückt wird.

Zum Kern gehören insbesondere:

- die Konzipierung lokaler mathematischer Theorien (z.B. zum Mathematisieren, Problemlösen, Beweisen, Üben),
- die elementarmathematische Durchdringung von Unterrichtsinhalten und möglichen Unterrichtsinhalten mit dem Ziel, sie für bestimmte Lernergruppen zugänglich zu machen,
- die kritische Hinterfragung bzw. Rechtfertigung von Inhalten im Rahmen allgemeiner Zielsetzungen des Mathematikunterrichts,
- die Erforschung von Lernumgebungen und von Lehr-/Lernprozessen,
- die Entwicklung substantieller Lernumgebungen und die Erforschung ihrer praktischen Umsetzbarkeit, insbesondere im Hinblick auf die Qualität der induzierten Lernprozesse,
- die Entwicklung und Evaluation von Curricula,
- die Entwicklung von Methoden zur Vorbereitung, Gestaltung, Beobachtung und Analyse des Unterrichts.

Ohne reflektierte Erfahrungen mit Lernenden und ohne wirkliche Anteilnahme an der Unterrichtspraxis ist eine Arbeit im Kern nicht möglich. Diese Praxisorientierung birgt trotz der interdisziplinären Ausrichtung des Kerns aber auch die Gefahr eines verengten Pragmatismus in sich, der auf unmittelbare Anwendbarkeit fixiert ist und damit kontraproduktiv wirken kann. Dieser Gefahr ist nur dadurch zu begegnen, daß der Kernbereich von Bezugsbereichen eingerahmt wird, in denen die disziplinären Wurzeln des Kerns in grundsätzlicher Absicht theoretisch erforscht werden und in denen ein Ideenaustausch mit den Bezugsdisziplinen erfolgt (vgl. Abbildung 1). Kern und Bezugsbereiche sind dabei keineswegs scharf voneinander abgetrennt, sondern überlappen sich und fließen ineinander. Überdies können sich die Grenzen im Zuge der Entwicklung der Mathematikdidaktik durchaus auch verschieben.

Obwohl die Bezugsbereiche für eine optimale Funktion des didaktischen Gesamtorganismus unentbehrlich sind, liegt das Spezifikum der Mathematikdidaktik als einer angewandten Disziplin m. E. im Kernbereich und ihm kommt daher zentrale Bedeutung zu. An den Fortschritten im Kernbereich ist letztlich auch zu messen, inwieweit die Mathematikdidaktik ihre Aufgaben erfüllt. Die Situation ist hier ähnlich wie in der Kunst, in den Ingenieurwissenschaften und in der Medizin. Zum Beispiel muß in der Musik die Komposition und die Aufführung von Musikstücken vor der Musikgeschichte, der Musikkritik und der Musiktheorie den Vorrang haben, im Maschinenbau die Weiterentwicklung und Neukonstruktion von Maschinen vor der Werkstoffkunde, Mechanik und Thermodynamik stehen, und in der Medizin müssen die Bestrebungen zur Heilung von Kranken zentrales Anliegen sein im Vergleich zur medizinischen Soziologie, Medizingeschichte oder medizinischen Grundlagenforschung.

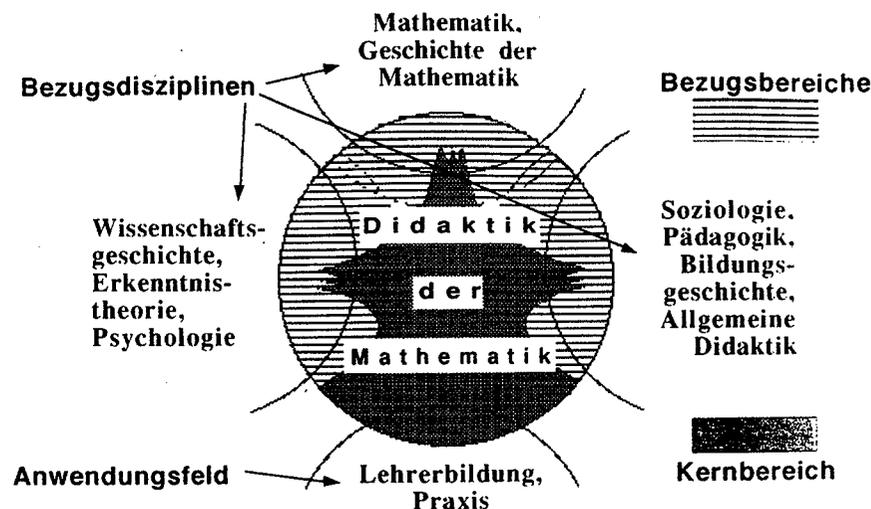


Abbildung 1 Der Kern und die Bezugsbereiche der Mathematikdidaktik in ihren Beziehungen zu den Bezugsdisziplinen und dem Anwendungsfeld.

Die Aufgabenverteilung zwischen dem Kern und den Bezugsbereichen ist nicht so zu sehen, daß der Kern ausschließlich der Entwicklung von Vorschlägen für die Praxis zu dienen hat und die Bezugsbereiche dafür die Theorie liefern sollen. Wesentliche Komponente des Kerns ist vielmehr die Bildung von Theorien oder Theoriegerüsten in Verbindung mit der Konstruktion und der empirischen Untersuchung von Unterrichtskonzepten, wie dies Freudenthal (1987) sehr überzeugend ausgeführt hat.

Für den unterschiedlichen Status des Kernbereichs und der Bezugsbereiche gibt es ebenso wie in den Ingenieurwissenschaften, der Medizin und der Kunst auch in der Fachdidaktik klare Anhaltspunkte:

1. Der Kern ist auf eine interdisziplinäre, integrative Gesamtschau verschiedener Aspekte und auf konstruktive Vorschläge ausgerichtet, wobei es entscheidend auf den Einfallsreichtum der Didaktiker ankommt. Die Bezugsbereiche sind dagegen stärker disziplinär orientiert. Die didaktische Forschung und Entwicklung insgesamt gewinnt daher ihre spezifische Orientierung aus den Erfordernissen des Kernbereichs. Theoretische Studien in den Bezugsbereichen werden nur insoweit didaktisch bedeutsam, als sie auf den Kern bezogen und so mit spezifischem Sinn erfüllt werden.

Auch die von Bauersfeld (1988) aufgezeigten Forschungsprobleme können nur vom Kernbereich aus genügend konkretisiert und produktiv bearbeitet werden.

2. Eine praxisorientierte Mathematiklehrerbildung kann man nur aus dem Kern heraus konzipieren. Die Bezugsbereiche sind zwar unentbehrlich für ein tieferes Verständnis und eine sinngemäße Umsetzung praktischer Vorschläge, aber sie entfalten auch in der Lehrerbildung ihre Wirkung nur, wenn sie auf den Kern bezogen werden.

Durch die zentrale Stellung des Kernbereichs kommt der Charakter der Mathematikdidaktik als einer angewandten Disziplin deutlich zum Ausdruck. Damit wird aber weder die Bedeutung der Bezugsbereiche und der in ihnen erbrachten wissenschaftlichen Leistungen herabgesetzt noch für eine Abtrennung des Kerns von den Bezugsbereichen plädiert. Wie in Abbildung 1 klar zum Ausdruck kommt, sind es der Kern, die Bezugsbereiche und ein lebendiger Austausch zwischen Kern und Bezugsbereichen, die nur in ihrer Gesamtheit das volle Bild der Mathematikdidaktik ausmachen und nur in gemeinsamer Verantwortung der Mathematikdidaktiker wahrgenommen werden können.

Die didaktische Arbeit im Kernbereich muß m.E. an der *mathematischen Aktivität* als einem ursprünglichen und natürlichen Element der menschlichen Erkenntnistätigkeit ansetzen, wobei Mathematik als breites gesellschaftliches Phänomen zu verstehen ist, dessen Vielfalt in Beziehungen und Ausdrucksmöglichkeiten sich in den Fachbereichen für Mathematik an den Universitäten nur zum Teil widerspiegelt. Mathematikdidaktiker brauchen daher selbst eine lebendige Beziehung zur Mathematik und zu deren Wirklichkeitsbezügen, und sie müssen einen wesentlichen Teil ihres beruflichen Lebens der Anregung, Beobachtung und Reflexion mathematischer Aktivitäten von Kindern, Schülern und Lehrerstudenten widmen. In der faszinierenden Begegnung zwischen Mensch und Mathematik und der umsichtigen Organisation dieser Begegnung liegt der eigentliche Ursprung für mathematikdidaktisches Denken

und Handeln. Dieser Erfahrungsbereich bildet daher eine natürliche Gesprächsbasis mit Lehrenden.

3. Das Dilemma in der gegenwärtigen Entwicklung der Mathematikdidaktik: die Vernachlässigung des Kerns

"Die hard sciences sind erfolgreich, weil sie sich mit den 'soft problems' beschäftigen. Die 'soft sciences' haben zu kämpfen, denn sie haben es mit den 'hard problems' zu tun"
(H. von Foerster)

Den Anspruch, Probleme des Lernens und Lehrens wissenschaftlich lösen zu wollen, können die Fachdidaktiken nicht durch ein bloßes Bekenntnis zu ihrem angewandten Charakter und zu ihren Aufgaben in der Lehrerbildung, sondern nur durch die Entwicklung wissenschaftlicher Methoden und Standards einlösen. Es ist dabei klar, daß sie als akademische Disziplinen an der Universität nur dann überleben werden, wenn sie die Erwartungen der etablierten Wissenschaften und der Wissenschaftspolitik im notwendigen Maß erfüllen. Auf die Frage, wie ein wissenschaftlicher Stil erreicht werden soll, ist die Antwort aber wiederum nicht a priori klar.

Der naheliegende Weg besteht darin, die Methoden und die Standards der Bezugsdisziplinen zu übernehmen. Ich möchte die Behauptung wagen, daß weltweit eine sehr große Zahl von Mathematikdidaktikern heute diesen Weg geht, wofür der Ausbildungsgang und die persönlichen Interessen des einzelnen sowie der Wunsch, in den etablierten Wissenschaften Anerkennung und Unterstützung zu finden, gleichermaßen ausschlaggebend sein dürften (Clifford & Guthrie, 1988, S. 3):

Wir vertreten die These, daß sich die Schools of Education, insbesondere an den hoch angesehenen Forschungsuniversitäten, unbedacht in der akademischen und politischen Kultur ihrer Institutionen verfangen und ihre eigentliche Welt vernachlässigt haben. Es ist ihnen nur selten gelungen, den wissenschaftlichen Normen ihrer Kolleginnen und Kollegen an den geistes- und naturwissenschaftlichen Fakultäten zu genügen, und sie haben sich gleichzeitig ihren Berufskollegen entfremdet. Je mehr sie auf die Ufer der akademischen Forschung zugerudert sind, desto mehr haben sie sich von den öffentlichen Schulen entfernt, denen sie pflichtgemäß zu dienen haben.

Mit der Übernahme der Methoden und Standards der Bezugsdisziplinen ist aber oft ein Rückzug in die entsprechenden Bezugsbereiche oder gar Bezugsdisziplinen der Mathematikdidaktik verbunden, sei es in die Mathematik, die Psychologie, die Pädagogik, die Soziologie oder die Wissenschafts- und Bildungsgeschichte. Der ganzheitliche Ursprung des mathematikdidaktischen Denkens und Handelns, die lebendige Beziehung Mensch-Mathematik, wird damit verschüttet, und die Arbeit im Kernbereich wird ungebührlich vernachlässigt. Dies stellt nach meiner Einschätzung das Dilemma in der gegenwärtigen Entwicklung der Mathematik dar.

Der breite Rückzug auf die Bezugsbereiche ist auch deshalb problematisch, weil mit einer Übernahme der Standards aus den Bezugsdisziplinen leider auch sehr oft die dogmatische Einstellung verbunden ist, dies seien die für die Didaktik einzig möglichen Standards. Daraus ergibt sich eine Blindheit gegenüber den zentralen Aufgaben der Mathematikdidaktik sowie eine systematische Unterschätzung oder gar Geringschätzung der konstruktiven Leistungen, die im Kernbereich erbracht werden, bis hin

zu der Behauptung, die Mathematikdidaktik im Kernbereich sei keine Wissenschaft. Natürlicherweise neigen diejenigen Mathematikdidaktiker, die sich in ein mathematisches Gärtlein (Meschkowski) zurückgezogen haben, dazu, die erziehungswissenschaftlichen Aspekte der Mathematikdidaktik zu trivialisieren, und diejenigen, die im psychologischen oder pädagogischen Bezugsbereich arbeiten, vernachlässigen die mathematischen Aspekte. Unterstützt werden diese Tendenzen durch die in den Bezugsdisziplinen mehr oder weniger offen geäußerten Vorurteile gegen den wissenschaftlichen Status der Fachdidaktiken. Damit ergibt sich insgesamt ein widersinniger Rückfall in *reduktionistische Positionen*, die längst als unhaltbar aufgezeigt worden sind (Bigalke, 1985; Winter, 1985) und die durch den spezifisch mathematikdidaktischen Ansatz gerade überwunden werden sollen.

3. Mathematikdidaktik als systemisch-evolutionäre design science

"Es ist der Maßstab, der die Phänomene schafft ... Ein religiöses Phänomen wird sich nur dann als solches offenbaren, wenn es in seiner eigenen Modalität erfaßt, wenn es also unter religiösen Maßstäben betrachtet wird. Ein solches Phänomen mittels der Physiologie, der Psychologie, der Soziologie, der Wirtschaftswissenschaft, der Sprachwissenschaft, der Kunst usw. einzukreisen, heißt, es leugnen. Heißt, sich gerade das entkommen zu lassen, was an ihm einzigartig und unzurückführbar ist" (Mircea Eliade).

Die Entwicklung wissenschaftlicher Standards in der Mathematikdidaktik durch Übernahme der Standards aus den Bezugsdisziplinen führt, wie gezeigt, zu dem unakzeptablen Ergebnis, daß Fragestellungen der Mathematikdidaktik nur insoweit und nur in der Weise bearbeitet werden, wie sie für die Methoden der Bezugsdisziplinen zugänglich sind. Der eigentliche Kernbereich der Mathematikdidaktik wird folglich als Gegenstand einer wissenschaftlichen Bearbeitung nicht genügend wahrgenommen.

Glücklicherweise gibt es einen anderen Weg zur Entwicklung wissenschaftlicher Standards, der sich eröffnet, wenn man sich von der Fixierung auf die etablierten Wissenschaften und die in ihrem Umkreis entwickelten Wissenschaftstheorien löst und sich auf die besondere Eigenart des Kernbereichs der Mathematikdidaktik einstellt, nämlich die *Konstruktion und Erforschung von Lernumgebungen einschließlich der begleitenden Theoriegerüste*. Die Mathematikdidaktik wird dann, wie die anderen Fachdidaktiken, der Klasse der Ingenieurwissenschaften (design sciences) zugeordnet (Wittmann, 1975), deren wissenschaftlicher Status in Abgrenzung von den traditionellen Wissenschaften meines Wissens erstmals von dem Nobelpreisträger H. Simon beschrieben worden ist. Das folgende Zitat aus Simon (1970, 55-58) macht darüber hinaus auch die Widerstände deutlich, mit denen die design sciences im akademischen Bereich zu kämpfen haben. Damit wird das gegenwärtige Dilemma der Fachdidaktik in einen größeren Zusammenhang eingebettet und für eine rationale Bewertung zugänglich.

In historischer Tradition ist es Aufgabe der Naturwissenschaften, Wissen über die Beschaffenheit und Funktion natürlicher Objekte zu erforschen und zu vermitteln. Die Ingenieurwissenschaften haben es dagegen mit künstlichen Dingen zu tun. Sie beschäftigen sich mit der Frage, wie man Artefakte mit gewünschten Eigenschaften entwirft und herstellt.

Design, so verstanden, ist der Kern jeder Ingenieurausbildung; Design ist das Hauptmerkmal, das die Ingenieurwissenschaften von den Naturwissenschaften unterscheidet. Fachbereiche für Ingenieurdisziplinen ebenso wie für Architektur, Wirtschaft, Pädagogik und Didaktik (education), Jura und Medizin sind allesamt auf Design ausgerichtet.

Wenn man die Schlüsselrolle des Design in vielen Berufen betrachtet, ist es eine Ironie, daß die Naturwissenschaften in diesem Jahrhundert diejenigen Wissenschaften, die sich mit künstlichen Objekten befassen, nahezu aus den Studiengängen dieser neuen Disziplinen vertrieben haben. Technische Fachbereiche haben sich in Fachbereiche für Physik und Mathematik entwickelt, medizinische Fachbereiche in solche für biologische Wissenschaften und an Wirtschaftsabteilungen wird in erster Linie Finite Mathematik gelehrt.

Solch ein universelles Phänomen muß einen tiefliegenden Grund haben. Und genau so ist es. Da auf Berufe ausgerichtete Fachbereiche einschließlich der technischen Abteilungen, immer mehr in die allgemeine Kultur der Universität hineingezogen werden, streben sie nach akademischer Anerkennung. Den herrschenden Normen entsprechend verlangt akademische Anerkennung Stoff, der intellektuell anspruchsvoll, analytisch, formalisierbar und lehrbar ist. In der Vergangenheit war vieles, wenn nicht das meiste, was wir über Design und die Wissenschaften von künstlichen Objekten wußten, intellektuell wenig anspruchsvoll, intuitiv, informell und rezeptartig. Warum sollte sich jemand an der Universität dafür krumm machen, um Vorlesungen über Maschinenbau und Marktstrategien zu halten, wenn er die Möglichkeit hat, sich mit Festkörperphysik zu befassen? Die Antwort war klar: Gewöhnlich würde er es nicht tun...

Die alten technischen Hochschulen wußten nicht, wie sie eine Ausbildung für professionelles Design auf einem mit der Universität vergleichbaren Niveau anbieten konnten; der neuere Typ von Fachbereichen hat die Verantwortung für ein berufliches Grundwissen nahezu abgelegt...

Die Design Abteilungen werden ihre professionelle Verantwortung in dem Maße wiedergewinnen, in dem sie eine design science entwickeln, d.h. einen Kanon von intellektuell anspruchsvollen, analytischen, teilweise formalisierbaren Wissens über den Design Prozeß.

Es ist die These dieses Buches, daß eine solche design science nicht nur möglich ist, sondern sich gegenwärtig schon herausbildet. (Übersetzt von E. Ch. Wittmann)

Meines Erachtens eröffnet der hier skizzierte Rahmen der Mathematikdidaktik als einer anwendungsorientierten Disziplin die einzig sinnvollen Perspektiven für die Erfüllung ihrer Aufgaben und damit für ihre weitere Entwicklung. Ich sehe darin die in Abschnitt 2 vertretene Position, die Mathematikdidaktik um einen praxisbezogenen Kernbereich zu organisieren, voll bestätigt, denn der Kernbereich konzentriert sich auf die Konstruktion künstlicher Objekte (Unterrichtskonzepte, Lernumgebungen, Curricula) und die Erforschung ihrer möglichen Wirkungen in unterschiedlichen schulischen Ökologien (vgl. hierzu die Ausführungen zu developmental research in Freudenthal, 1991 sowie Wittmann, 1982). Die Qualität dieser Konstruktionen hängt in der Tat von der theoriegeleiteten konstruktiven Phantasie, dem ingenium der Konstrukteure ab und muß durch systematische Erprobung nachgewiesen werden, wie es für die Ingenieurwissenschaften typisch ist. Wie gut die Auffassung der Fachdidaktik als design science zu dem Tätigkeitsfeld von Lehrern paßt, wird z.B. durch eine Untersuchung von Clark und Yinger gezeigt, die den Lehrberuf als design profession identifiziert haben (Clark & Yinger, 1987).

Durch die klare wissenschaftstheoretische Unterscheidung von den Bezugsdisziplinen wird der spezifische Charakter der Mathematikdidaktik in seiner Eigenständigkeit deutlich. Versuche, die Mathematikdidaktik nach dem Vorbild der Bezugsdisziplinen ausrichten zu wollen, erscheinen als verfehlt, weil sie die überragende Bedeutung der konstruktiven Phantasie für konzeptionelle und praktische Innovationen übersehen.

Was die Frage nach wissenschaftlichen Standards anbelangt, sollten und können sich die im Kernbereich arbeitenden Didaktiker auf sich selbst besinnen. Es ist für mich überhaupt keine Frage, daß in den letzten 25 Jahren im Kernbereich der Mathematikdidaktik signifikante wissenschaftliche Leistungen erbracht und damit erste Standards gesetzt worden sind, an denen man sich in Zukunft orientieren kann. Insbesondere sind im Kernbereich in Verbindung mit konstruktiven Entwicklungen auch tragfähige Theoriegerüste entstanden. Diese Ausrichtung auf den Kernbereich schließt überhaupt nicht aus, daß auch Methoden und Standards aus den Bezugsdisziplinen übernommen werden, sofern sie angemessen sind. Wie schon in Abschnitt 1 betont, geht es ja nicht darum, den Kern von den Bezugsbereichen abzutrennen, sondern darum, den Kern und die Bezugsbereiche in Beziehung zueinander zu setzen.

Natürlich ist mit Einwänden gegen die ingenieurwissenschaftliche Sicht der Fachdidaktik als design science zu rechnen, weil die Ingenieurwissenschaften traditionell einem mechanistisch-technomorphen Denk- und Handlungsmuster gefolgt sind und weithin noch folgen, dessen zerstörerische Nebenwirkungen heute allgemein sichtbar werden. Die Übernahme dieses Musters in den Bereich der Erziehung wäre in der Tat verhängnisvoll. Nun gibt es aber für die Ingenieurwissenschaften ein neues Paradigma, das auf die systemisch-evolutionäre Entwicklung lebendiger Systeme ausgerichtet ist und der Komplexität dieser Systeme sowie ihrer Selbstorganisation Rechnung trägt (vgl. z. B. Malik 1986). Auch wenn sich die ingenieurwissenschaftliche Praxis diesem Paradigma nur sehr zögernd öffnet, steht es den Fachdidaktiken frei, sich seiner zu bedienen. Für die Beziehung Lehrer-Schüler und die Theorie-Praxis-Beziehung bringt dieses Paradigma eine grundlegende Neuorientierung: Lernen wird nicht mehr als passive Übernahme des Wissens vom Lehrer, sondern als aktive, sozial vermittelte Aufbauleistung gesehen. Die von der Fachdidaktik entwickelten Produkte müssen daher so konstruiert sein, daß sie diesen Lernzugang ermöglichen, d.h. insbesondere, daß sie Lehrern und Schülern Gestaltungsfreiräume lassen. Um Lehrer zu befähigen und anzuregen, diese Freiräume produktiv zu nutzen, muß man sie als mitforschende, mitentwickelnde Partner und nicht als bloße Abnehmer der didaktischen Forschungsergebnisse und Entwicklungen ausbilden (Fischer & Malle, 1985; Wittmann, 1991). Dadurch erhält die Lehrerbildung eine neue Qualität. Eine wichtige Orientierung für entsprechende Innovationen bildet das von Schön (1987) für die Ausbildung von Ingenieuren vorgeschlagene Konzept, das auf einen reflective practitioner abzielt.

Die Forderung nach veränderten Arbeitsbeziehungen zwischen Theoretikern und Praktikern wird seit langem erhoben (vgl. insbesondere Schwab, 1983). Außer dem Pionierprojekt über Stochastik in der Hauptschule von Schupp (1979) und einigen Arbeiten im Umkreis der Studiengruppe "Systematic Cooperation Between Theory and Practice (SCTP)" (vgl. die Beiträge von Seeger & Steinbring, Voigt u.a. in ZDM 4/91 und 5/91) gibt es kaum systematische Ansätze zu einer systemisch-evolutionären

Theorie-Praxis-Beziehung. Hier liegt meines Erachtens ein erstrangiges Forschungsdesiderat vor.

Als systemisch-evolutionäre design science kann die Mathematikdidaktik unterschiedliche Wege einschlagen. Es ist nicht zu erwarten und auch nicht wünschenswert, daß sie, um eine richtige Wissenschaft zu werden, einer monoparadigmatischen Endform zusteuern muß, wie Wissenschaftstheoretiker dies z. B. für die Naturwissenschaften gefordert haben. Das simultane Auftreten unterschiedlicher Ansätze ist im Bereich der design sciences als ein Zeichen von Fortschritt zu bewerten, wie Thommen (1983, S. 227) für die Unternehmensführung festgestellt hat:

Aufgrund des sich ständig wandelnden Erfahrungsobjektes sowie seiner Umwelt gibt es verschiedene Möglichkeiten der (Re)Konstruktion eines Kontextes bez. formaler Bezugsrahmen oder Paradigmen. Diese müssen sich nicht gegenseitig ausschließen, im Gegenteil, sie können sich sogar ergänzen, denn kein Paradigma kann alle Probleme und Aspekte berücksichtigen, gleich betrachten oder gewichten. Je mehr Paradigmen aber bestehen, desto mehr Probleme und Aspekte werden bearbeitet, desto mehr besteht die Möglichkeit der gegenseitigen Korrektur infolge Konkurrenzierung. Deshalb betrachten wir die Paradigmenvielfalt in der Unternehmensführung als Kennzeichen oder konstitutives Element einer fortgeschrittenen Phase dieses Gebietes, das sich in einem evolutionären und nicht revolutionären Prozess, in welchem neue Paradigmen auftauchen und alte verschwinden, weiter entwickelt.

4. Unterrichtsdesign und empirische Forschung

"Daß Pädagogik und Didaktik in der praktischen Arbeit eine Kunst sind, ist unbestreitbar. Wenn es einen Gegensatz zwischen Wissenschaft und Kunst gäbe, sähe ich mich gezwungen, Partei für diejenigen zu ergreifen, die Pädagogik und Didaktik als Kunst betrachten. Aber es besteht kein Gegensatz, auch wenn Wissenschaft und Kunst sich unterscheiden" (John Dewey, On the sources of a science of education).

Damit sich die Mathematikdidaktik als eine design science entwickeln kann, ist es von zentraler Bedeutung, Wege zu finden, wie Design und empirische Forschung in Beziehung zu einander gesetzt werden können. In diesem Abschnitt soll hierfür eine spezifische Form empirischer Unterrichtsforschung vorgeschlagen werden, die auf Lernumgebungen fokussiert ist.

Wie in Abschnitt 1 aufgezeigt, steht die Konstruktion einzelner Lernumgebungen, von Klassen von Lernumgebungen und von vollständigen Curricula im Mittelpunkt der Mathematikdidaktik. Wie in allen anderen design sciences und in der Kunst besteht bei dieser Entwicklungsarbeit ein weites Qualitätsspektrum, da sich auch hier Amateure, Anfänger, mehr oder weniger geschickte Handwerker, erfahrene Köpfe und kreative mathematikdidaktische Experten betätigen. Lernumgebungen bester Qualität, sogenannte *substantielle* Lernumgebungen, müssen folgenden Kriterien genügen:

1. Sie müssen zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts präsentieren.
2. Sie müssen reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schüler/-innen bieten.

3. Sie müssen flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepaßt werden können.
4. Sie müssen mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und daher ein weites Potential für empirische Forschungen bieten.

Typischerweise tragen substantielle Lernumgebungen immer einen Namen. Als Beispiele seien erwähnt "Arithmogons" von A. McIntosh und D. Quadling (1975), "Mirror Cards" von Marion Walter und H. Spiegel, "Giant Egbert" und andere Kontexte der Utrechter Forschungsgruppe sowie G. Walthers Einheit "Anzahl der Stunden eines Jahres". Weitere Beispiele und eine systematische Diskussion der Rolle substantieller Lernumgebungen (Unterrichtseinheiten) sind in Wittmann (1982) zu finden.

Als Illustration für die folgenden Überlegungen sei kurz die Einheit "Rechendreiecke" skizziert, die im Rahmen des Projekts "mathe 2000" als elementare Version der "Arithmogons" für das 1. Schuljahr entwickelt wurde (vgl. Abbildung 2).

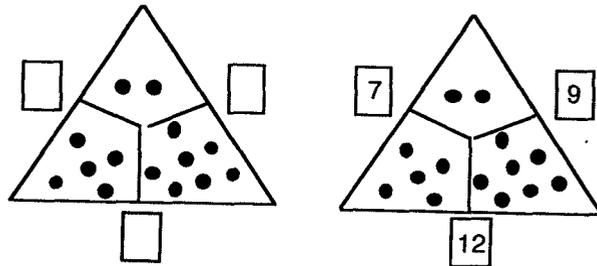


Abbildung 2: Ein Dreieck wird vom Mittelpunkt aus in drei Felder zerlegt, in die sich Plättchen legen oder Zahlen schreiben lassen. Die einfache Regel ist folgende: Die Zahlen in zwei benachbarten Feldern sind zu addieren und in das Kästchen neben der betreffenden Seite zu schreiben.

Folgende Aufgabenstellungen sind möglich: Ausgehend von den drei inneren Zahlen können die drei äußeren durch Addition ermittelt werden. Wenn eine oder zwei innere Zahlen und entsprechend zwei oder eine der äußeren Zahlen gegeben sind, können die fehlenden Zahlen durch Addition oder Subtraktion berechnet werden. Wenn die drei äußeren Zahlen gegeben sind, erhalten wir ein Problem, das nicht direkt durch Rechnen lösbar ist, sondern Denken erfordert. Es stellt sich heraus, daß immer genau eine Lösung existiert (McIntosh & Quadling, 1975).

Die Unterrichtseinheit "Rechendreiecke" besteht aus einer Sequenz von Aktivitäten, die sich aus der mathematischen Struktur natürlicherweise ergeben. Die Vorlage für die Lehrerin sieht grob folgendermaßen aus:

1. Einführung der Regel anhand von Beispielen.
2. Präsentation einiger Aufgaben mit vorgegebenen inneren Zahlen.
3. Präsentation weiterer Aufgaben, bei denen innere und äußere Zahlen gegeben sind.
4. Präsentation einer Aufgabe mit vorgegebenen äußeren Zahlen.
5. Präsentation weiterer Aufgaben dieses Typs.

Wie sich an diesem Beispiel klar zeigt, ist eine substantielle Lernumgebung prinzipiell offen. Nur die Schlüsselinformationen, die die Lehrperson am Beginn einer jeden Etappe gibt, sind fixiert. Die weitere Interaktion mit den Schülern und unter den Schülern bleibt offen.

Eine so verstandene Unterrichtsführung nach den Prinzipien des aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens ist daher vom Grundsatz her analog zur Führung eines klinischen Interviews, bei welchem ebenfalls nur die Schlüsselfragen definiert sind und die Auflage besteht, dem Denken der Kinder zu folgen.

Die strukturelle Ähnlichkeit zwischen Unterricht mit substantiellen Lernumgebungen und *klinischen Interviews* legt klinische Unterrichtsexperimente als mathematikdidaktische Forschungsmethode nahe (Abbildung 3).

	Mittel	Methode
Piagetsche Psychologie	Strukturierte Sequenz von Aufgaben	Klinische Interviews
Mathematikdidaktik	Substantielle Lernumgebungen	Klinische Unterrichtsexperimente

Abbildung 3: Ähnlichkeit zwischen Unterricht mit substantiellen Lernumgebungen und klinischen Interviews

Diese Unterrichtsexperimente dienen allerdings nicht nur als Forschungswerkzeuge, sondern sind auch selbst Forschungsobjekte, da die erhaltenen Daten doppelt genutzt werden können: Die Daten geben einerseits Aufschluß über Lehr-/Lernprozesse, Denkprozesse und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern, ihre soziale Interaktion usw. Andererseits helfen sie, die Lernumgebungen zu evaluieren und zu revidieren, um Lehr-/Lernprozesse noch effektiver gestalten zu können.

Die Piagetschen Experimente wurden von anderen Forschern vielfach wiederholt. Viele Experimente wurden Mittelpunkt ausgedehnter psychologischer Forschungen. Einige, z.B. die Invarianzexperimente, begründeten sogar spezielle Forschungslinien. Analog können klinische Unterrichtsexperimente repliziert und variiert werden. Durch Vergleiche können grundlegende Lehr-/Lernmuster identifiziert und empirisch wohl-begründete Kenntnisse über spezielle Unterrichtseinheiten gewonnen werden.

Bei der Durchführung klinischer Unterrichtsexperimente können alle verfügbaren Methoden zur Dokumentation und Analyse und Interpretation genutzt werden, wie sie in der internationalen Forschung entwickelt wurden (vgl. z.B. Becker & Miwa, 1986; Maier & Voigt, 1991; Arsac u.a., 1992).

Was die Reproduzierbarkeit der Resultate anbelangt, muß folgendes beachtet werden: Max Weber und Friedrich von Hayek haben in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften klar herausgearbeitet, daß empirische Forschung über komplexe soziale Phänomene durchaus reproduzierbare Ergebnisse liefern kann, wenn die Forschung auf die Aufdeckung allgemeiner Muster hinter den unterschiedlichen speziellen Daten abzielt (von Hayek, 1956). Natürlich hängen Prozesse und Ergebnisse des Lernens von Schülern und Lehrern ab. Damit ist aber keineswegs die Existenz wiederkehrender Muster in bezug auf spezielle Lernumgebungen ausgeschlossen (vgl. Kilpatrick,

1993; Sierpinska, 1993). Natürlich ist nicht zu erwarten, daß alle Muster in jedem Fall und unter allen Umständen auftauchen. Auch hier ist die Situation analog zu den Piagetschen klinischen Interviews.

Klinische Unterrichtsexperimente, die mit bestimmten Lernumgebungen durchgeführt werden, sind für die Mathematikdidaktik aus mehreren Gründen nützlich:

1. Sie sind klar auf fachliche Inhalte bezogen (vgl. das Postulat "relatedness" in Kilpatrick, 1993).
2. Die gewonnenen Ergebnisse liefern gezielte Informationen für eine bestimmte Lernumgebung.
3. Didaktische Theorie, die auf Unterrichtsexperimente gestützt ist, ist aussagekräftig und anwendbar.

5. Und die Zukunft der Fachdidaktik?

Die Frösche vergessen gern, daß sie auch einmal Kaulquappen waren
(Koreanisches Sprichwort).

Generell meine ich, daß es in Zukunft in allen Lebensbereichen unausweichlich werden wird, mit komplexen Systemen auf einer wissenschaftlichen Grundlage intelligent umzugehen. Die Ansätze der etablierten Disziplinen reichen hierzu vielfach nicht mehr aus. Riedel (1988) hat neuerdings für eine zweite Philosophie plädiert, die kontextbezogener, weniger formal und praktischer angelegt ist als die auf vollständige Beschreibung, Begründung und Deduktion ausgerichtete erste Philosophie, die bei komplexen Systemen an ihrer Ideologie der Selbstbeschränkung (R. Fischer) scheitern muß. Dies scheint mir ein Signal für ein generelles Umdenken in allen Wissenschaftsbereichen zu sein, aus dem die Fachdidaktik als systemisch-evolutionäre design science langfristig profitieren kann, insbesondere dann, wenn die Gesellschaft gezwungen sein wird einzusehen, daß sie auch Mittel in die Entwicklung der natürlichen Intelligenz, nicht nur der künstlichen Intelligenz investieren muß.

Mittelfristig wird die Situation der Fachdidaktik schwierig bleiben. Von Seiten der Bezugsdisziplinen wird ihr - in unterschiedlicher Intensität - weiterhin der Wind ins Gesicht blasen. Die Universitätsgeschichte ist reich an Vorgängen, die zeigen, mit welchen, z. T. unschönen, Methoden etablierte Wissenschaften gegen neu aufkommende operiert haben. Der Widerstand der Universitäten gegen das Promotionsrecht an den Technischen Hochschulen Ende des 19. Jahrhunderts, das Abwehrgefecht der reinen gegen die angewandten Mathematiker zu Anfang dieses Jahrhunderts, und die Verlautbarung des engeren Kreises der Deutschen Gesellschaft für Philosophie, in der noch 1953 der Pädagogik der Wissenschaftscharakter bestritten wurde, sind nur einige Beispiele. Offenbar fällt es Fachleuten besonders schwer, Entwicklungen am Rande ihres Fachgebietes einzuschätzen und zu würdigen.

Meines Erachtens ist die Fachdidaktik, wenn sie ihre Position stärken und an der Forschungsförderung partizipieren will, auf Hilfe aus dem gesellschaftlichen Raum angewiesen. In diesem Zusammenhang kommt es ganz entscheidend auf die Beziehungen der Fachdidaktik zur Schule an. Erst wenn der Nutzen und die Unentbehrlichkeit fachdidaktischer Forschung für die Unterrichtspraxis überzeugend nachgewiesen sind, was nur vom Kernbereich aus zu leisten ist, wird die fachdidaktische

Forschung in der Lehrerschaft, in den Lehrerverbänden, in der regionalen Schulaufsicht und in der Öffentlichkeit soviel Rückhalt finden, daß ihr Kernbereich in der Wissenschaftspolitik nicht übergangen werden kann. Ich halte es für ein großes Versäumnis, daß in der Vergangenheit nicht systematisch an einem Verbundsystem Schule-Schulaufsicht-Lehrerbildung-Forschung-Öffentlichkeit gearbeitet worden ist, und ich sehe hier eine große Zukunftsaufgabe und Chance für eine systemisch-evolutionäre Fachdidaktik, wenn sie sich dieser Aufgabe bewußt stellt (Clifford & Guthrie 1988, S. 349-350):

Die Hauptaufgabe der Schools of Education sollte die Verbesserung des Unterrichts durch die Ausbildung von Lehrern durch das Studium von Lehr- / Lernprozessen, durch das Studium der Schule als öffentlicher Einrichtung sein...

Um diesen Auftrag zu erfüllen, müssen diese Institutionen den Lehrerberuf, nicht die akademische Welt, als Hauptbezugspunkt wählen. Es genügt nicht, darauf hinzuweisen, daß ihre größte Stärke darin besteht, der einzige Ort zu sein, in denen grundsätzliche Probleme von verschiedenen Disziplinen aus betrachtet werden. Diese Gelegenheit hatten sie seit mehr als einem halben Jahrhundert, ohne daß es irgendeinen positiven Aspekt auf die Unterrichtspraxis gehabt hätte. Es wird höchste Zeit für manche Institutionen, einen anderen Gang einzulegen.

Literatur

- Arsac, G. et al. (1992). Teacher's role and reproducibility of didactical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 5-29.
- Bauersfeld, H. (1998). Quo Vadis? Zu den Perspektiven der Fachdidaktik. *mathematica didactica* (11), 3-24.
- Becker, J.P. & Miwa, T. (1989). *Proceedings of the U.S.-Japan Seminar on Mathematical Problem Solving*. Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science and Mathematics (ED 304 3/5).
- Bigalke, H.-G. (1985). Beiträge zur wissenschaftstheoretischen Diskussion der Mathematikdidaktik. In M. Bönsch & L. Schäffner (Hrsg.), *Theorie und Praxis*. Hannover.
- Burscheid, H.-J. (1983). Formen der wissenschaftlichen Organisation in der Mathematikdidaktik. *JMD* 4, 219-240.
- Clark, Ch. M. & Yinger, R. J. (1988). Teacher Planning. In J. Calderhead, G.J. Exploring Clifford & J.W. Guthrie (Eds.), *School, A Brief for Professional education*. Chicago.
- Fischer, R. & Malle, G. (1983). *Mensch und Mathematik*. Mannheim.
- Freudenthal, H. (1987). Theoriebildung zum Mathematikunterricht. *ZDM* 87/3, 96-103.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Kilpatrick, J. (1993). Beyond Face Value: Assessing Research in Mathematics Education'. In G. Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics* (S. 15-34). Roskilde University, Denmark.
- Krygowska, A. Z. (1972). Mathematik-didaktische Forschung an der Pädagogischen Hochschule Krakau. *Beiträge zum Mathematikunterricht 1971*, 117-125.
- Maier, H. & Voigt, J. (Hrsg.). (1986). *Interpretative Unterrichtsforschung*. Köln.
- Malik, F. (1986). *Strategie des Managements komplexer Systeme*. Bern.
- McIntosh, A. & Quadling D. (1975). Arithmogons'. *Mathematics Teaching*, 70, 18-23.
- Riedel, M. (1988). *Für eine zweite Philosophie*. Frankfurt a. M.
- Schön, D. (1987). *Educating the Reflective Practitioner*. San Francisco and London.
- Schupp, H. (1979). Evaluation eines Curriculums. *Der Mathematikunterricht*, 25, 22-42.
- Schwab, J. (1983). The Practical 4: Something for Curriculum Professors to Do. *Curriculum Inquiry*, 13, 239-265.
- Simon, H. A. (1970). *The Sciences of the Artificial*. Cambridge/Mass.

- Sierpinska, A. (1993). Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics'. In G. Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics* (S. 35-74). Roskilde University, Denmark.
- Thommen, J.-P. (1983). *Die Lehre von der Unternehmensführung*. Bern und Stuttgart.
- Von Hayek, F.A. (1956/1967). 'The Theory of Complex Phenomena'. In F.A. Von Hayek (Ed.), *Studies in Philosophy, Politics, Economics* (S. 22-42). London Chicago Toronto.
- Winter, H. (1985). Reduktionistische Ansätze in der Mathematikdidaktik. *Der Mathematikunterricht*, 31, 75-88.
- Winter, H. (1986). Was heißt und zu welchem Ende studiert man Mathematikdidaktik? In H. Schanze (Hrsg.), *Lehrerbildung in Aachen - Geschichte, Entwicklungen, Perspektiven* (S. 174-194). Aachen.
- Wittmann, E. Ch. (1982). Unterrichtsbeispiele als integrierender Kern der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*, 3, 1-18.
- Wittmann, Erich Ch. (1992). "Mathematikdidaktik als design science". *Journal für Mathematikdidaktik*, 13, 55-70.
- Wittmann, E. Ch. (1974). Didaktik der Mathematik als Ingenieurwissenschaft. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 3, 119-121.
- Wittmann, E. Ch. (1991). From inservice courses to systematic cooperation between theory and practice. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 5, 158-160.
- Wittmann, E. Ch. (1998). Mathematics Education as a Design Science. In A. Sierpinska, A. & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*. An ICMI Study, Book 1 (S. 87-103). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.